

INTRODUZIONE

PREMESSA

Si dice che un corpo è vincolato quando non si può muovere in determinate direzioni. In un corpo vincolato soggetto a forze esterne si sviluppano dei vincoli delle forze equilibranti chiamati reazioni vincolari.

Lo scopo principale di questa trattazione è quella di fornire, con riferimento agli organi resistenti delle costruzioni e delle macchine, gli strumenti per valutare:

1. *La sicurezza*
2. *La funzionalità*

1. Verificare la sicurezza significa controllare che gli organi resistenti di una costruzione siano in grado di sopportare, per tutta la durata della loro vita, i carichi che su di essi graveranno, senza che si verifichino eventi traumatici quali possono essere il crollo o la rottura.

2. Verificare la funzionalità significa controllare che la risposta degli organi resistenti ai carichi sia compatibile con un corretto esercizio. Per la prima verifica occorre conoscere lo stato del cimento del materiale con cui è realizzato l'organo resistente e confrontarlo con la resistenza dello stesso materiale.

La seconda verifica molto spesso si esaurisce controllando che la deformazione dell'organo resistente sia compatibile con le funzioni che esso è chiamato a svolgere durante l'esercizio.

Frequentemente parleremo di strutture, intendendo con ciò riferirci ad un solido avente la funzione di resistere alle azioni cui è assoggettato nel corso di tutta la sua vita. Le strutture sono inserite nelle costruzioni ed hanno il compito di riportare al terreno di fondazione, o più in generale ai vincoli, le azioni cui sono sottoposte.

Vedremo che per valutare la sicurezza e la funzionalità di una struttura occorre conoscere

- la geometria della struttura
- il materiale con cui è realizzata
- i vincoli a cui è assoggettata
- i carichi a cui è sottoposta

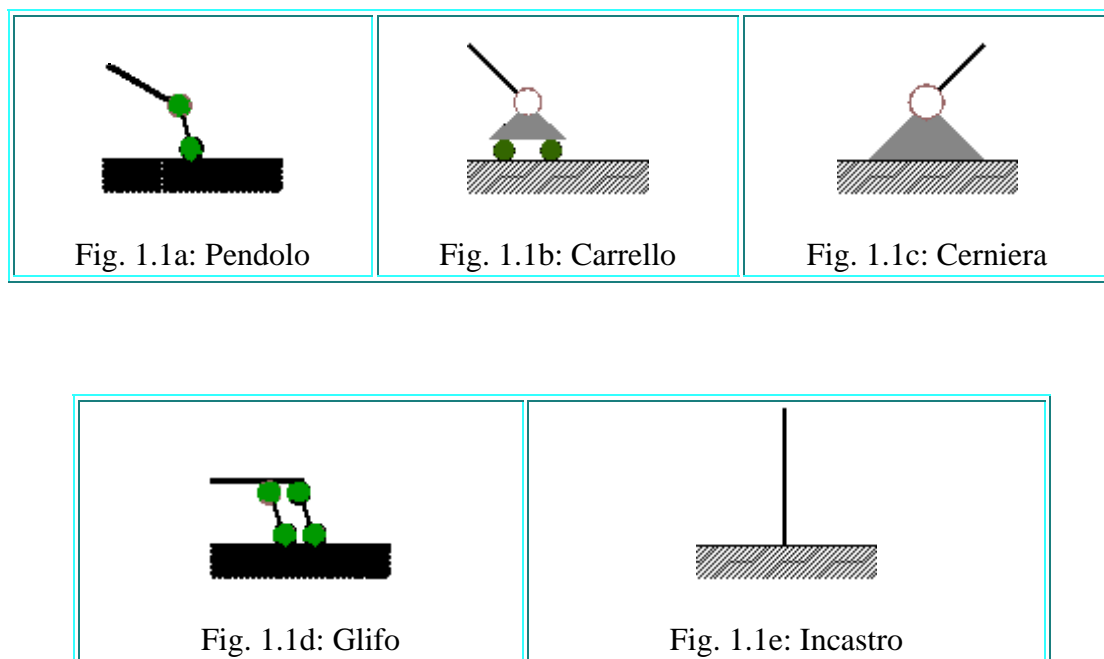
Gran parte dei problemi di equilibrio si riducono alla determinazione di tutte le forze agenti su di una data struttura, ivi comprese cioè le reazioni offerte dai vincoli che non sono generalmente note. La determinazione delle reazioni vincolari è stato oggetto di studio anche nell'ambito della statica dei corpi rigidi dove tuttavia sono risultati evidenti alcuni limiti sui quali ci soffermeremo nel paragrafo che segue.

TRAVI LABILI, ISOSTATICHE ED IPERSTATICHE

Si definisce *trave*, un solido di forma allungata, ossia con una dimensione prevalente sulle altre due, che si può pensare come generato dal movimento di una figura piana il cui baricentro G percorre una linea che è sempre ortogonale al piano della stessa figura.

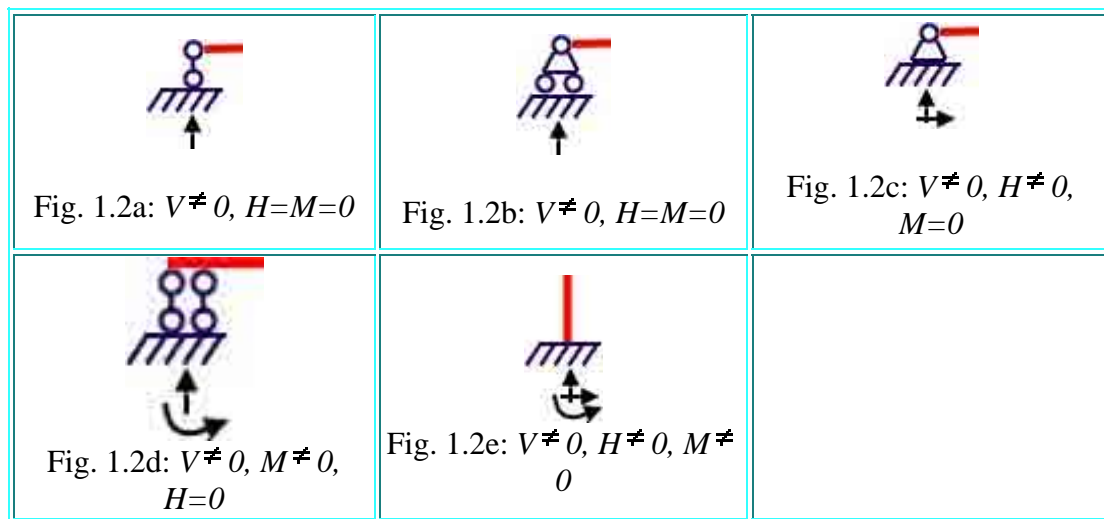
I vincoli che considereremo sono, salvo avviso contrario, bilaterali, indipendenti dal tempo e privi di attrito. Essi, a seconda del numero di gradi di libertà che tolgono alla trave cui sono applicati, si classificano in *vincoli semplici* o *composti*. I primi tolgono un solo grado di libertà i secondi ne tolgono due o più.

Con riferimento al caso dei moti rigidi piani e quindi alle travi piane, il vincolo semplice o elementare, in altre parole, in grado di togliere un solo grado di libertà, è costituito da un'asta incernierata alle estremità denominata *biella* o *pendolo* (v. [Fig. 1.1a](#)), equivalente al carrello (v. [Fig.1. 1b](#)).



La *cerniera* invece è un vincolo *composto* che toglie due gradi di libertà (v. [Fig. 1.1c](#)) e consente soltanto la rotazione attorno all'asse passante per il suo centro e normale al piano. Il glifo, detto anche incastro scorrevole o bipendolo, (v. [Fig. 1.d](#)) è parimenti un vincolo doppio che consente una sola traslazione ed infine si cita l'incastro (v. [Fig. 1.1e](#)) che è un vincolo che non consente alcun movimento e che toglie quindi, nel piano, 3 gradi di libertà.

I vincoli, per impedire i movimenti, reagiscono con azioni denominate reazioni vincolari. Ad esempio il pendolo è in grado di reagire con una forza diretta secondo il suo asse e di qualsiasi intensità, mentre la cerniera è in grado di reagire con una forza qualsiasi passante per il centro della stessa cerniera. Nella [figura 1.2](#) sono indicate le reazioni che i vincoli più comuni sono in grado di esercitare, sempre con riferimento al caso piano.



Le reazioni vincolari di un corpo rigido soggetto ad assegnate forze attive, sono in genere incognite e devono perciò di volta in volta essere determinate imponendo innanzi tutto l'equilibrio di tutte le forze esterne, ossia forze attive e reazioni vincolari.

Un primo problema fondamentale è proprio quello della ricerca delle reazioni vincolari. Per fare ciò occorre stabilire, per prima cosa, se i vincoli sono insufficienti, ed in tal caso la struttura è labile, ossia cinematicamente indeterminata. L'equilibrio è allora impossibile, a meno che non si incontrino particolari sistemi di forze attive; ciò significa che non esistono in generale reazioni vincolari in grado di assicurare l'equilibrio e che perciò il corpo si metterà in movimento.

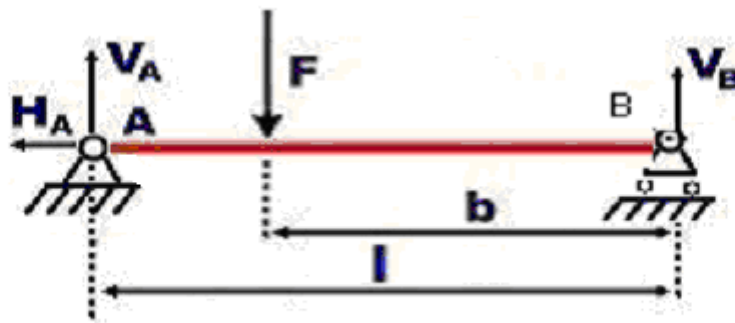
Organismi di questo tipo, detti catene cinematiche, sono privi di interesse per la statica del corpo rigido, mentre vengono studiati nell'ambito della meccanica applicata alle macchine.

Se il numero di vincoli semplici imposti al corpo rigido sono nel numero strettamente necessario per fissarne la posizione nella varietà a cui esso appartiene, tre nel piano e sei nello spazio, e se naturalmente tali vincoli sono "ben disposti", ossia sono traducibili in altrettante equazioni indipendenti nelle coordinate dei punti vincolati, allora il problema è risolvibile. Le componenti di reazione vincolare incognite corrispondenti alle condizioni di vincolo sono quindi nello stesso numero delle equazioni d'equilibrio dei sistemi rigidi e possono perciò essere determinate in modo univoco. E siccome esiste una ed una sola soluzione nelle incognite, le strutture così vincolate si chiamano *isostatiche* o *staticamente determinate*, in quanto bastano le sole equazioni della statica dei sistemi rigidi per la loro risoluzione.

Può infine capitare che le condizioni di vincolo ed i corrispondenti parametri delle reazioni vincolari siano in numero superiore a quello delle equazioni fornite dalla statica dei corpi rigidi. La struttura, assimilata ad un corpo rigido, si dice allora iperstatica o staticamente indeterminata, perché, in tal caso, esistono infiniti sistemi di reazioni vincolari che rispettano l'equilibrio rigido. Si può pensare infatti di fissare ad arbitrio le n componenti di reazione vincolare incognite eccedenti il numero delle equazioni disponibili e ricavare corrispondentemente le incognite rimanenti. Il grado di indeterminazione di una struttura è misurato dal numero n di condizioni di vincolo eccedenti quello delle equazioni disponibili.

Con riferimento ad un insieme di travi, denominato travatura, si possono presentare le seguenti situazioni :

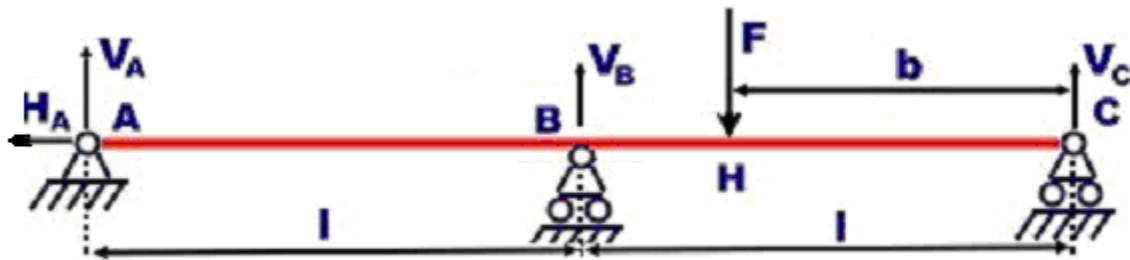
Travatura isostatica (con un numero di vincoli semplici pari al grado di libertà posseduto) : negli esempi che seguono si giunge ad un'unica soluzione.



$$\begin{aligned}H_A &= 0 \\V_A + V_B &= F \\V_A l - Fb &= 0\end{aligned}$$

Soluzione analitica

Travatura iperstatica (con un numero di vincoli semplici superiore al grado di libertà posseduto).
 Esempi :



$$H_A = 0$$

$$V_A + V_B + V_C = F$$

$$V_A(l_1 + l_2) + V_B l_2 - Fb = 0$$

(3 equazioni e 4 incognite)

Soluzione analitica

Il caso delle strutture *iperstatiche* è quello più frequente nella pratica e per queste l'esperienza dimostra che l'equilibrio risulta ben definito. È perciò evidente che è l'ipotesi di corpo rigido che rende indeterminato questo caso, problema che viceversa ridiventa determinato quando si tenga conto della deformabilità dei corpi. La conoscenza delle deformazioni poi è utile di per sé stessa in quanto consente quei riscontri sperimentali che si effettuano in sede di collaudo di una struttura. In questa introduzione si è spesso parlato di trave. Come già detto essa è un solido di forma allungata, ossia con una dimensione prevalente sulle altre due, che si può pensare come generato dal movimento di una *figura piana* il cui baricentro G percorre una linea che è sempre ortogonale al piano della stessa figura. La figura piana rappresenta la *sezione della trave*, mentre la linea descritta da G rappresenta la linea d'asse o più semplicemente l'asse della trave. Da questa definizione nascono più classificazioni per la trave a seconda che la sezione si mantenga costante (trave prismatica) oppure vari la sua forma mentre percorre la linea d'asse (trave a sezione variabile). In genere si ammette che la sezione vari con continuità. Inoltre la linea d'asse può essere una curva sghemba, una curva piana, una retta, ecc. Conseguentemente si avranno travi spaziali, travi curve (ad es. archi, travi ad anello, travi elicoidali, ecc), travi ad asse rettilineo, ecc. La trave viene rappresentata disegnando semplicemente

la sua linea d'asse ed a parte, quando occorre, la sezione, cioè in maniera unificata. Inoltre, salvo diverso avviso, le azioni si intendono sempre ridotte all'asse della trave.

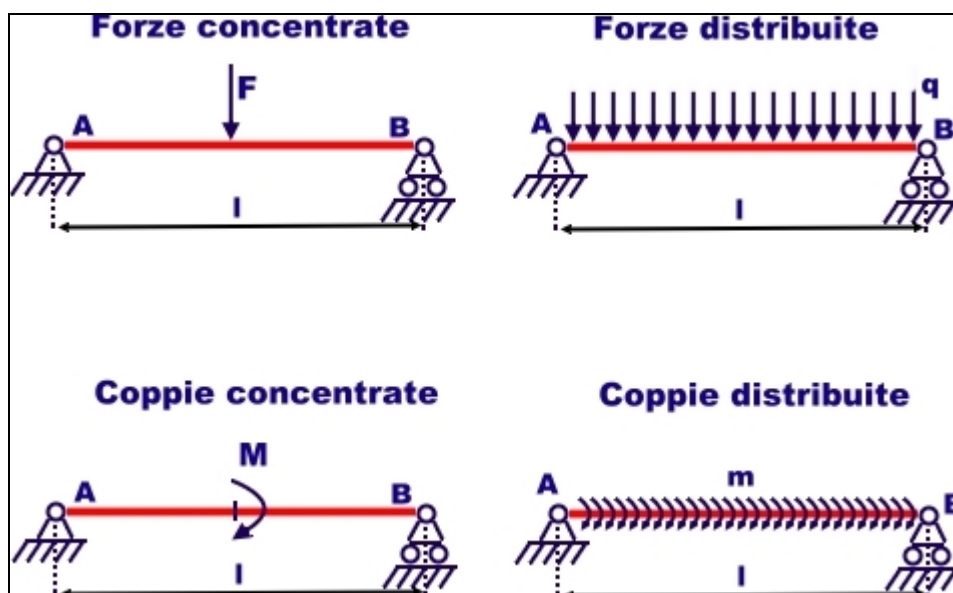
CENNI SULLE AZIONI ALLE QUALI PUÒ ESSERE ASSOGGETTATA UNA TRAVE

Le azioni che possono agire su di una struttura si possono classificare sotto diversi aspetti :

- IN BASE ALLA LORO DURATA :
 - PERMANENTI (peso proprio della trave, sovraccarico fisso, ecc)
 - VARIABILI (sovraccarichi di esercizio)
- IN BASE ALLA LORO NATURA :
 - STATICI (masse ferme e masse considerabili tali)
 - DINAMICI (urti, esplosioni, ecc)
- IN BASE A COME SONO APPLICATI :
 - CONCENTRATI (idealmente)
 - DISTRIBUITI (su linee, superfici, volumi, ecc)

Le azioni, più in generale, comprendono anche le variazioni termiche ed igrometriche, i cedimenti di vincoli, ecc.

Le azioni a cui più frequentemente ci si riferisce sono forze e coppie, e queste possono essere *concentrate* o *distribuite*, e per esse si adotta la seguente rappresentazione :



Azioni di più frequente impiego